



秋 田 大 学
大学院理工学研究科

研 究 報 告

第 39 号

Online edition ISSN 2432-4116
Print edition ISSN 2432-4108

秋田大学 大学院理工学研究科 研究報告

第 39 号

平成 30 年 11 月

目 次

研究報告

色を制御可能な有機EL照明を用いた空間に関する主観評価実験.....田中元志, 齊藤勝俊 1

短報

1 2 平均律を用いた一般化調和解析による打楽器音の音高抽出の試み.....田中元志 7

解説

3 段 Clos スイッチ網の性能改善に関する研究 (その 1) - 研究の背景とスコープ -
.....小原 仁, Koloko LABSON 9

原始語の集合と文脈自由言語について.....新屋良磨 15

編集委員会

数理・電気電子情報学専攻 電気電子工学コース

田中元志(委員長)

生命科学専攻 生命科学コース	田村 拓	物質科学専攻 応用化学コース	加藤 貴宏
物質科学専攻 材料理工学コース	仁野 章弘	数理・電気電子情報学専攻 数理科学コース	三角 樹弘
数理・電気電子情報学専攻 人間情報工学コース	内海 富博	システムデザイン工学専攻 機械工学コース	杉山 渉
システムデザイン工学専攻 創造生産工学コース	高橋 護	システムデザイン工学専攻 土木環境工学コース	日野 智
共同ライフサイクル デザイン工学専攻	高橋 護	附属革新材料研究センター	山田 学

研究報告

色を制御可能な有機EL照明を用いた空間に関する主観評価実験

田中 元志^{**}, 齊藤 勝俊^{***}

Subjective Evaluation Tests on Comfortableness of Living Space by Color Controllable OLED Lighting System

Motoshi Tanaka^{**} and Katsutoshi Saito^{***}

Abstract

In order to create a novel comfortable space with a lighting system, a system with color tunable OLED (Organic Light-Emitting Diode) modules was produced, and the effect of color light in a living space was discussed by subjective evaluation tests. A smart lighting system consisted of the lighting, audio device of forest sound, and aroma diffuser was prepared for experiments at an institution for the aged people. The effect of addition of sound and aroma, color of the lighting, and circadian rhythm light was subjectively evaluated. Results indicated that subjects would feel better by the addition of sound and aroma to the color lighting, and warm colors and green (intermediate) colors were preferred.

1. はじめに

ヒト（人間）がより快適に過ごせる空間の創造が求められている。これまでは、温度・湿度を調整することで空間の快適性が実現されてきた⁽¹⁾。また、建築技術やインテリアにより空間の質感を向上させている。照明の照度と色温度については、オフィスや店舗内の快適性から検討されている^{(2),(3)}。また、住宅照明の快適性の検討についても、構築する照度、色温度、壁面の色彩、光源面積といった要因から検討が行われている^{(4),(5)}。色の効果などについての検討も報告されている⁽⁶⁾。しかし、省エネルギーで天井に配置する照明器具が多く、快適性を実現するための照明機器は少ない。近年、有機EL（OLED）が注目されており、それを用いた照明の開発も望まれている。

筆者らは、ヒトが快適に暮らすための新しい照明器具および環境構築の検討として、色を制御可能な有機ELパネル1枚からなるポータブル照明を試作し、色温度と配置について主観評価実験を行った^{(7),(8)}。夜就寝前などの「部屋を暗くして過ごす」場合を対象とした場合では、暖色系の照明が好まれ、高い位置で、床照明から奥に1m程度に配置したときに、「居心地良さ」の評価値が高かった⁽⁷⁾。

空間のデザインにおいて、これから注目される要素として光（照明）、音、香りが挙げられる。これらを組み合わせることで、快適性をさらに向上させることが期待できる。音や香りの単独の効果については、それぞれ検討されている⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾。しかし、照明の色や、それに音、香りを組み合わせた場合については、リラックス効果や快適性に関する検討は見当たらない。

本研究では、照明による新しい快適空間の構築を目的に、有機ELパネル複数枚を用いたカラー照明装置を試作し、それを用いた空間の快適性について検討した。本稿では、照明に音と香りを加えた場合、照明の色を変えた場合、色を時間で変化させた場合について行った主観評価実験（それぞれをExp. I, II, III）の結果について述べる。なお、全ての実験において、被験者に実験内容を説明し、同意を得て実験を行った。

2. 有機ELパネルを用いた照明システム

調光・調色型の有機EL照明モジュール（パイオニアOLE-D1414G）を複数個用いて、下記のカラー照明を試作した。モジュールの発光部（有機ELパネル）の大きさは12.3×12.3 cm²である。Fig.1に点灯時の写真を示す。

(1) カラー照明A：パネル24枚（Exp. I, IIIで使用）

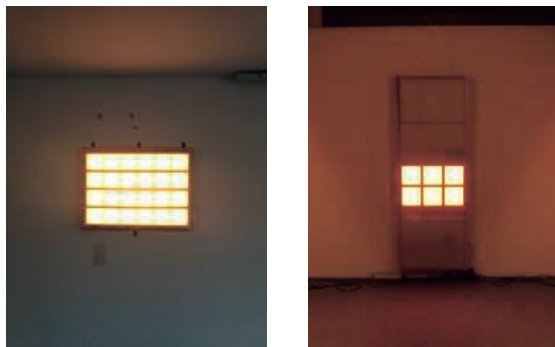
(2) カラー照明B：パネル6枚（Exp. IIで使用）

無線LANを利用し、Webページ経由で色をコント

2018年7月20日受理

^{**} 秋田大学大学院理工学研究科数理・電気電子情報学専攻, Department of Mathematical Science and Electrical-Electronic-Computer Engineering, Graduate School of Engineering Science, Akita University

^{***} サイカツ建設, Saikatu Inc.



(a) OLED lighting A (b) OLED lighting B
Fig.1 Color lightings for the experiments.

ロールできるように構築した。そのサーバとして、Raspberry Pi3 を用いた。Web ページ上で所望の色 (RGB の各値) を指定する仕様である。また、これらの照明では、パネルからの光を和らげるため、前面に障子風のワーロンシート (厚さ 0.2 mm) を配置した。被験者らの感想から、見る照明の色の印象は設定色の印象と若干異なるようである。なお、本照明システムは、あきた快適空間創造コンソーシアムと共同で開発・試作したものである。

3. 照明・音・香りによる空間に関する実験

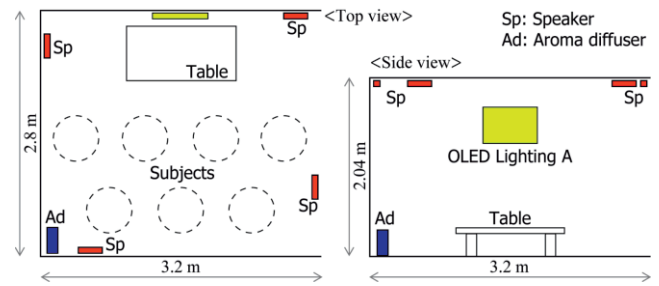
3.1 スマート照明システム

カラー照明装置 A, 森の音を発生する音響機器, アロマ発生器 (ディフューザー) からなるスマート照明システムを構成した。音響機器には、4 個のスピーカで音空間を演出するハイレゾ音源システム KooNe (JVC ケンウッド)⁽⁹⁾ を用いた。香りには、アプトリップ製のアロマを用いた。このアロマは、被験者 32 名による主観評価結果を基に、リラックス効果と空気清浄化を意識して、ひば、レモン、ベルガモット、真正ラベンダー、ユーカリ・ラディアータの植物性精油が配合されたものである。

このスマート照明システムを、老人福祉施設のコミュニティケア大内 (由利本荘市) のオープンスペースに設置した⁽¹²⁾。照明, スピーカ, アロマ発生器, および被験者の配置を Fig.2(a) に示す。(b) は実験時の様子 (写真) である。

3.2 実験方法

2016 年 8 月, 10 月, 2017 年 1 月に各 1 回, 計 3 回の主観評価実験を行った (それぞれ Exp. Ia, Ib, Ic)。カラー照明の色温度を、これまでの実験条件⁽⁷⁾ に合わせて 2000 K (暖色) と 6000 K (寒色) とした。被験者には、Table 1 に示すように、何も提示しない状態を基準として、カラー照明を提示した場合 (L), そ



(a) Placement of experimental apparatus and subjects



(b) Picture

Fig.2 Experimental conditions.

Table 1 Questionnaire in Exp. Ia-Ic.

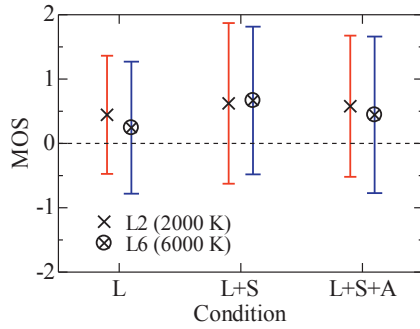
条件	評価課題 (質問)
L	照明があると気分はどちらに変化しますか?
L+S	森の音があると気分はどちらに変化しますか?
L+S+A	香りがあると気分はどちらに変化しますか?

Table 2 Five-grade scale.

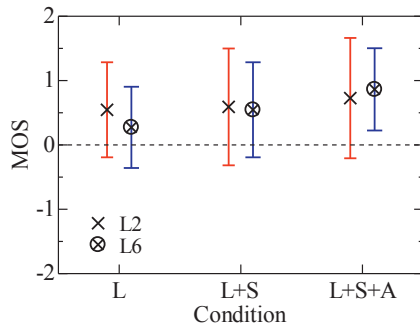
評価値	評価語
2	とてもよい
1	よい
0	変わらない
-1	わるい
-2	とてもわるい

れに森の音を流した場合 (L+S), さらにアロマを焚いた場合 (L+S+A) と条件を追加していき、それぞれについて Table 2 に示す 5 段階の評価語から選択させた。

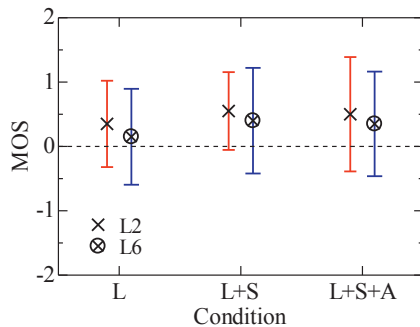
また、1 月の実験では、照明の色に対する好みも調査した。森の音と香りがある状態で、水色、曙色など計 7 色を提示して (カラー照明の色を変えて)、好みの程度を 7 段階 (評価値 3: とても好き, 0: ふつう, -3: とても嫌い) で評価させた。なお、このアン



(a) Exp. Ia in August (45 subjects)



(b) Exp. Ib in October (22 subjects)



(c) Exp. Ic in January (20 subjects)

Fig.3 MOS (Mean Opinion Score) when adding forest sound (S) and aroma (A) to color lighting (L) in order.

ケート時のみ、市販のアロマ(エアアロマ arobalance)を用いた。

被験者は10~80代の健康な学生、職員、施設利用者などであり、第1回が45名(女性14名、男性31名)、第2回が23名(女性2名、男性21名)、第3回が23名(女性5名、男性18名)であった。

3.3 評価結果と検討

平均評価値(MOS: Mean Opinion Score)と標準偏差をFig.3に示す。(a)が第1回⁽¹²⁾、(b)が第2回⁽¹²⁾、(c)が第3回の結果であり、L2は照明の色温度が2000 K、L6は6000 Kの場合である。第2、3回の被験者数が第1回の約半数(約2/3は同じ被験者)であるが、

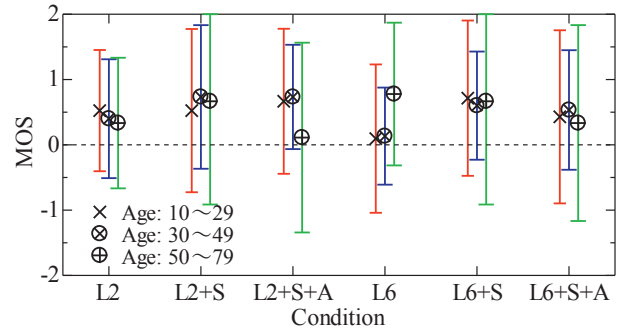


Fig.4 Comparison by age in Exp. Ia.

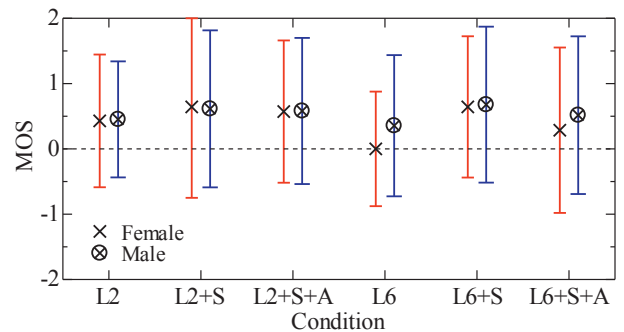


Fig.5 Comparison by gender in Exp. Ia.

評価の傾向に大きな違いは見られなかった。分散分析を行った結果、有意な差は得られなかった。しかし、いずれの条件においても、MOSは0(変わらない)より大きい値となった。カラー照明のみの場合では、差は得られなかったが、これまでの結果⁽⁷⁾と同様に、暖色の方が好まれる傾向が確認された。また、カラー照明に音、香りが加わることで、被験者は気分がよくなる方向に向かうことが示唆される。

被験者数が多い第1回の結果について、年代(年齢)と性別による違いを比較した。年代を3つ分けて比較した結果をFig.4に示す。年代による大きな違いは見られないが、50代以上(9名)では香りの効果が小さい傾向が見られた。性別による比較をFig.5に示す。男女による大きな違いは見られなかった。

森の音と香りがある状態で、照明の色を変えて点灯したときの好みについて主観評価させた結果(第3回に実施)をFig.6に示す。ばらつきが大きく、多重比較検定では差は見られなかったが、いずれの色においてもMOSは0(ふつう)以上であり、よい評価となった。鮮緑のMOSが最も大きく、緑系(中間色)が好まれる傾向が示唆される。水色のMOSが小さかったが、寒い時期(1月)の実験であったことが要因の一つとして考えられる。

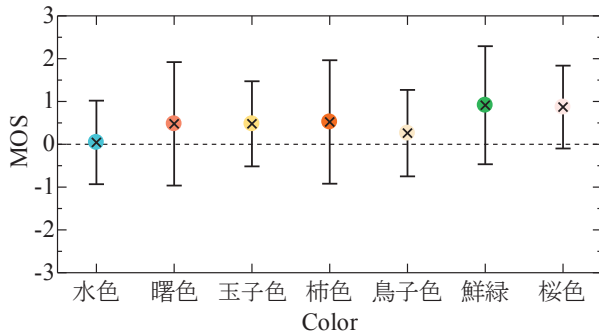


Fig.6 Preference of color lighting with forest sound and aroma in Exp. Ic.

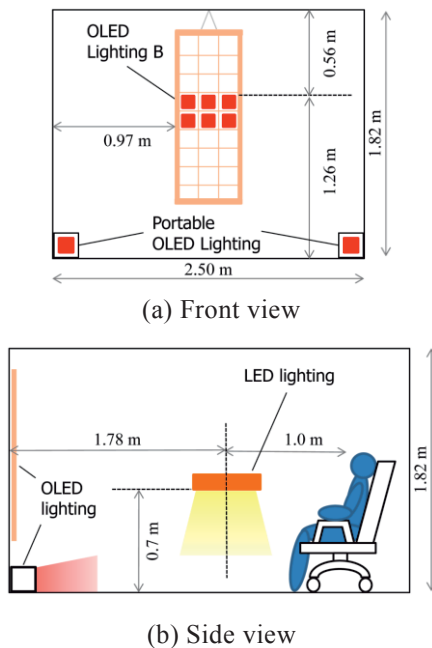


Fig.7 Placement of experimental apparatus and subjects in Exp. II.

4. 色が異なる照明を用いた空間に関する実験

4.1 実験方法

カラー照明の色を変えた場合について主観評価実験を行った (Exp. II). 秋田大学理工学部 1 号館 331 室 (シールドルーム) 内に, 6 畳間の空間を模して被験者の回りを高さ 1.82 m の衝立で囲った. Fig.7(a) に示すように, カラー照明 B を被験者の正面中央に, 同じ光源を持つポータブル照明⁽⁷⁾ 2 台をその両脇に配置した. また, Fig.7(b) に示すように, 被験者をリクライニングチェアに座らせ, 被験者から奥 1 m の両脇の壁に補助灯 (光源 LED, 進藤電気設計 jiwari moonlight) を配置した. 補助灯のみ点灯させたとき, 床中央での照度は約 3.5 lx であった. なお, 実験中, 補助灯を常時点灯させた.

Table 3 Color of OLED lighting in Exp. II.

色名	RGB値	照度 [lx]
Mg (marigold)	R:243 G:152 B:20	9.8
Cy (cyan)	R:0 G:161 B:233	6.8
Sm (spearmint)	R:121 G:192 B:110	8.2
Vi (violet)	R:70 G:14 B:68	3.7
Rd (red)	R:255 G:0 B:0	7.4
Bl (blue)	R:0 G:0 B:255	4.2
Ol (olive)	R:114 G:100 B:12	5.0
Dp (deep pink)	R:255 G:20 B:147	7.7



Fig.8 Scale for opinion test (questionnaire).

照明の色は, Fig.6 の結果を基に, 好きな色と嫌いな色を含むように, Table 3 に示す 8 色とした. 表には, 各色の RGB 値⁽¹³⁾と点灯時の床中央での照度を示している. 各色について, カラー照明消灯 (補助灯のみ点灯) 90 s 間の後に点灯 100 s 間とした. カラー照明消灯時を基準にして, 居心地, 安らぎ (リラックス), 好みについて, Fig.8 の 7 段階評価スケールを用いて比較評価させた. 被験者は健康な男性 15 名 (20~38 歳) とした.

4.2 評価結果と検討

平均評価値 (MOS) と標準偏差を Fig.9 に示す. (a) は居心地よさ, (b) は安らぎ, (c) は照明としての好みの結果である. すべての評価項目において, MOS は, スペアミントの場合に最も大きく, 赤が最も小さい結果となった. 2 元配置分散分析後に Tukey-Kramer 法による多重比較検定を行った. 図中の**および*印は, それぞれ有意確率 $p < 0.01$ および $p < 0.05$ を示している. 赤は情熱的, 興奮などの正の印象があるが, 明るく, この実験では負の印象を持たれた可能性が考えられる. スペアミントは緑系の色であり, 本結果からも中間色が好まれる傾向が得られた. ディープピンクについては, 安らぎにおいて MOS が小さい

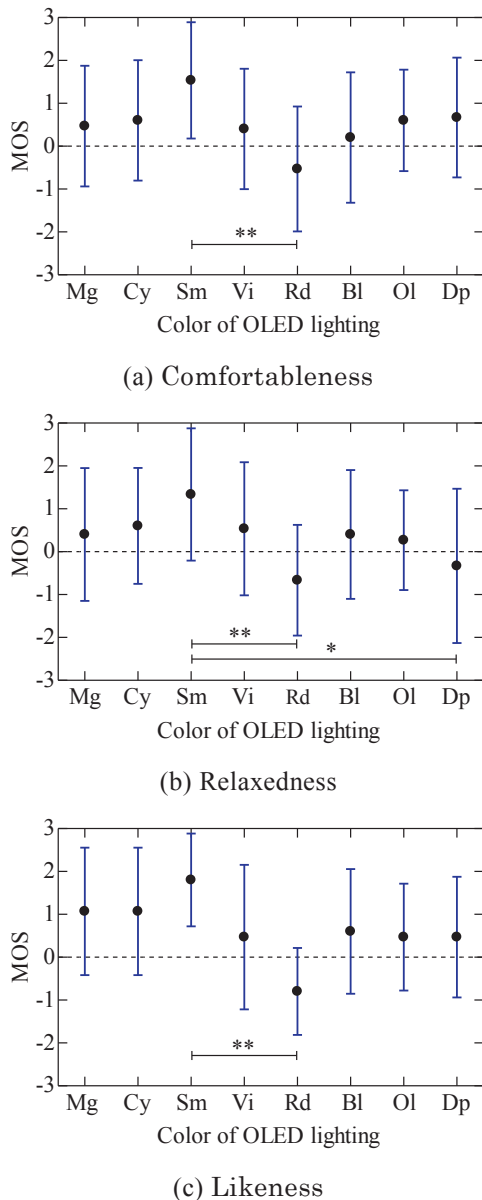


Fig.9 MOS of Exp. II.

結果となり、居心地と好みの傾向と異なった。今回の実験では色によって明るさが異なったことから、今後、輝度あるいは照度を統一した検討も必要と考えられる。

5. サーカディアンリズム照明を用いた空間の検討

5.1 実験方法

試作したカラー照明の応用として、日の出から日の入りまでの時間で色温度を連続的に変化（点灯⇒朝日の色⇒晴天の色⇒夕日の色⇒消灯）させるサーカディアンリズムライトの利用を提案する。この機能を、コミュニティケア大内のオープンスペースに配置したスマート照明システムのカラー照明 A にインストールして、利用者に体験させた（Exp. III）。森の

音（KooNe）とアロマ（アプリトリップ製）も使用した。なお、アロマは、認知機能の向上を意識して⁽¹¹⁾、昼用はローズマリー・カンファーとレモン、夜用は真正ラベンダーとオレンジ・スイートの精油が配合された。実験期間を 2018 年 4 月～2018 年 5 月とし、使用前、使用後（3 週間後、および 5 週間後）に、下記の項目についてアンケート調査（Table 2 をベースとした 5 段階の主観評価）を行った。アンケートの対象（被験者）は、認知症自立度Ⅲレベル以上（主治医の意見書による）で、週 3 回以上の通い、かつ宿泊も利用している男女 5 名（74～88 歳）とした。

(1) 使用前のアンケート項目

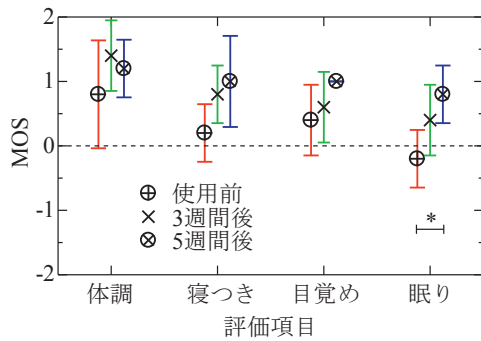
- ①現在の体調はどうですか？（悪い ⇄ 良い）
- ②普段の寝つきはどうですか？（悪い ⇄ 良い）
- ③普段の目覚めはどうですか？（悪い ⇄ 良い）
- ④普段はぐっすり眠れていますか？
（眠れない ⇄ 眠れている）

(2) 使用後のアンケート項目

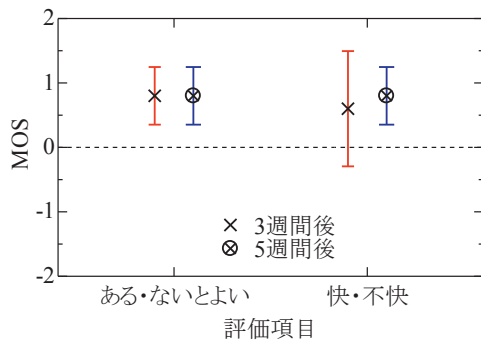
- ①現在の体調はどうですか？（悪い ⇄ 良い）
- ②寝つきはどうなりましたか？
（悪くなった ⇄ 良くなった）
- ③目覚めはどうでしたか？
（悪くなった ⇄ 良くなった）
- ④ぐっすり眠れるようになりましたか？
（なっていない ⇄ そうなった）
- ⑤このライトは？（なくてよい ⇄ あるとよい）
- ⑥このライトがあると？（不快 ⇄ 快適）

5.2 評価結果と検討

使用効果（アンケート項目①～④）についての平均評価値（MOS）と標準偏差を Fig.10(a)に示す。図中の*印は 2 元配置分散分析後に Tukey-Kramer 法による多重比較検定を行った結果（ $p < 0.05$ ）である。項目②～④については、3 週間後、5 週間後と使用時間が長くなるほど MOS が大きくなっている。また、使用後のアンケートでは、全ての被験者においてマイナス評価は無かった（0 以上であった）。被験者数が少ないが、ぐっすり眠れるようになってきていると考えられる。使用感（アンケート項目⑤、⑥）についての結果を図 Fig.10(b)に示す。こちらも、全ての被験者でマイナスの評価は無く、不快には感じなかったようである。これらの結果から、サーカディアンリズムライトに特別な必要性を感じていないが、この機能を装備した本スマート照明システムは被験者にとってよい方向に作用していることが考えられる。今後、被験者を増やした長期的な調査および検討が必要である。



(a) Comparison before and after use



(b) Impression of use

Fig.10 MOS of Exp. III.

6. まとめ

照明による新しい快適空間の構築を目的に、有機ELパネルを用いたカラー照明装置を試作した。そして、それを用いた空間の快適性について、カラー照明の色、音と香りの有無、などの条件を変えて主観評価実験を行った。その結果、カラー照明に音、香りが加わることで、被験者は気分がよくなる方向に向かうこと、暖色や緑系（中間色）の色が好まれる傾向が示唆された。また、日の出から日の入りまでの時間で色温度が変化するサーカディアンリズムライトを提案した。今後、脳波や心電図などの生体信号との関連についても検討していく予定である。

謝辞

被験者として協力頂いた方々、実験に協力頂いた本学修了生 室井一輝氏、コミュニティアカデミー大内の小笠原孝理事長と職員の方々、ならびにあきた快適空間創造コンソーシアムの関係各位に感謝する。また、本研究の一部は平成27年度および29年度あきた企業応援ファンド事業の助成で行われた。

参考文献

- (1) 江見明彦, 米本洋幸 (2010) : 快適性評価 PMV, 知的システム研究会 第113回月例発表会, 1-4頁.
- (2) 福田吉人, 柿崎昌子, 高見浩志, 平川貴大, 中島幸市, 清水亨, 山本剛, 錦明範 (2009) : 世界初全館LED照明建屋の感性評価と色温度に対する快適性の考察, ヒューマンインターフェースシンポジウム2009, 2312.
- (3) 久保千穂, 山羽和夫, 阿山みよし (2013) : 店舗照明を想定したLED照明の照度と色温度による快適性, 照明学会誌, 97巻, 2号, 77-81頁.
- (4) 國嶋道子, 梁瀬度子 (1984) : 室内構成材の雰囲気への影響に関する研究(1) —設計計画的要因について—, 人間工学, 20巻, 6号, 327-334頁.
- (5) 高橋啓介 (2006) : 照明の色温度と照度とが室内環境評価に及ぼす効果, 医療福祉研究, 2号, 30-36頁.
- (6) Liu, T. C.-Y., Liao, C., and Liu, S. (1995) : Theoretical Research on Color Indirect Effect, *Proceedings of SPIE* 2393, *Ophthalmic Technologies V*; doi: 10.1117/12.209852.
- (7) 田中元志, 室井一輝, 齊藤勝俊, 込山敦司 (2015) : 屋内用ポータブル照明の色温度と配置に関する一検討, 電気学会a部門大会, 17C-a1-6.
- (8) 込山敦司, 田中元志, 齊藤勝俊 (2017) : 屋内用ポータブル調色照明の光源色嗜好と配置に関する研究, 第80回日本建築学会東北支部研究報告会, B-25.
- (9) KooNe ホームページ (2018) : <http://www.koone.jp/>.
- (10) Choy, P.T., Haddadan, G., Poyton, C.N., Einstein, R., and Lavidis, N.A. (2006) : Effects of Praescent (plant derived odour) on chronic stress, *Proceedings of Australian Physiological Society* (Brisbane, Australia), pp.101-102.
- (11) 塩田清二 (2018) : 【アロマで認知症が改善】昼はローズマリー、夜はラベンダーの香りで脳を刺激したら...”, <http://www.karadane.jp/articles/entry/news/006840/>.
- (12) 齊藤勝俊, 室井一輝, 松井加奈絵, 田中元志 (2017) : カラー照明に音と香を加えたときの快適性に関する一検討, 第50回日本生体医工学学会東北支部大会, ME-3-4.
- (13) 原色大辞典 (2018) : <https://www.colordic.org/>.

短報

12平均律を用いた一般化調和解析による打楽器音の音高抽出の試み

田中 元志**

A Pitch Extraction of Percussion Sound by Generalized Harmonic Analysis with Twelve-Tone Equal Temperament

Motoshi Tanaka**

Abstract

Humans often recognize someone's footsteps, though the footstep sound contains many noise and partial tone components. Also, the high and low of footsteps can sometimes be recognized, which indicates the footsteps have a pitch. It may be similar to drum and percussion sound. In this paper, a pitch extraction of those percussion sounds was discussed by GHA (Generalized Harmonic Analysis) with twelve-tone equal temperament. And each pitch of the sound was subjectively evaluated by 4 subjects. In results, the pitch felt by subjects was included in frequency components extracted by the GHA.

1. はじめに

ヒトは足音で歩行者を特定できる場合があり, 足音に関する検討が行われている⁽¹⁾. 歩行者を識別できれば, 見守りやセキュリティシステムへの応用が期待できる. ヒトが足音を識別する要素の一つとして, 音高や音色の時間的な変化が考えられる. しかし, 足音には雑音成分が多く含まれている. 筆者らは, 計算量が多いが, 離散フーリエ変換に比べて周波数分解能が高く, 雑音低減特性を持つ一般化調和解析(GHA)⁽²⁾の利用を検討した⁽³⁾. その結果, いくつかの倍音構造を持つ周波数成分を抽出できた. 音高に着目すると, 抽出周波数を12平均律の音高に限定することが考えられる. 計算量の削減も期待できる.

本研究では, 足音の音高抽出の前段階の検討として, 雑音で, ヒトが音高の違いを比較的に感じることもできる打楽器音(ドラムなど)を例に, 12平均律を用いたGHAによる音高抽出を試みた. 本稿では, その解析方法と抽出結果について述べる.

2. 12平均律を用いた一般化調和解析

解析方法を以下に示す. ①~⑤は, 区間長 N で観測された信号 $x(t)$ に対するGHAアルゴリズムである⁽²⁾.

① フーリエ係数 $A(f)$ と $B(f)$ を計算する. ここで, f は

周波数, $T = 1/f$, $N \geq nT$, n は整数である.

$$A(f) = \frac{2}{nT} \int_0^{nT} x(t) \sin(2\pi ft) dt \quad (1)$$

$$B(f) = \frac{2}{nT} \int_0^{nT} x(t) \cos(2\pi ft) dt \quad (2)$$

② 原信号 $x(t)$ と, $A(f)$ と $B(f)$ で合成される信号の残差エネルギー $E(f)$ を求める.

$$E(f) = \int_0^N e(t, f)^2 dt \quad (3)$$

$$e(t, f) = x(t) - A(f) \sin(2\pi ft) - B(f) \cos(2\pi ft)$$

③ f を変えて①②を繰り返し, $E(f)$ が最小になる周波数 f_1 を抽出する.

④ 原信号から③で求めた周波数成分を取り除く.

$$x'(t) = x(t) - x_1(t) \quad (4)$$

$$x_1(t) = A(f_1) \sin(2\pi f_1 t) - B(f_1) \cos(2\pi f_1 t)$$

⑤ 残差信号 $x'(t)$ が0 ($x'(t) \cong 0$) になるまで①~④を繰り返す. 抽出された周波数を f_k とすると, パワースペクトルは $P(f_k) = A(f_k)^2 + B(f_k)^2$ で求められる.

本研究では, 12平均律の音高に対応する周波数

$$f_m = f_R \times \sqrt[12]{2^{m-m_R}} \quad (f_R = 440 \text{ Hz}) \quad (5)$$

のみを抽出対象とする(m : 音階番号, $m_R = 69$). ⑤の繰り返しを F 回とした. 大きい振幅を持つ周波数成分が順に F 個だけ抽出される. 条件によるが, 計算時間は1 Hz毎のGHAに比べて1/30以下となった.

3. 打楽器音の音高抽出の試み

打楽器音として, RWC 研究用音楽データベース⁽⁴⁾のドラム音など7音(標準化周波数 44.1 kHz, 16 bit

2018年7月31日受理

** 秋田大学大学院理工学研究科数理・電気電子情報学専攻, Department of Mathematical Science and Electrical-Electronic-Computer Engineering, Graduate School of Engineering Science, Akita University

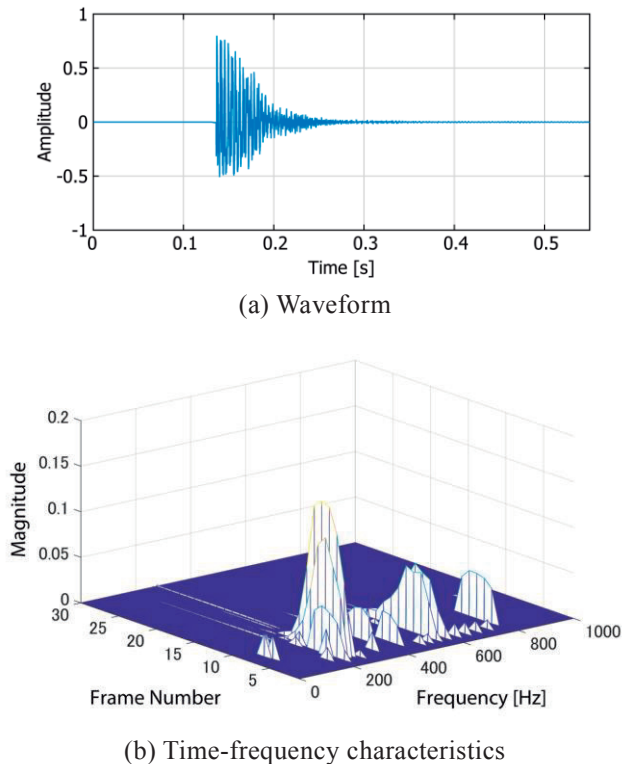


Fig.1 Example of the result (Snare Drum).

量子化)を用いた。GHAの解析周波数範囲をE0(41.2 Hz, $m = 28$)~B8(7,902 Hz, $m = 119$)とし、抽出する周波数(音高成分)の数を10個とした。また、解析フレーム長100 ms, フレーム周期20 msとした。

解析結果の例(スネアドラム)をFig.1に示す。連続5フレーム以上で抽出された成分の中で、ピークの振幅が最も大きい成分を音高候補①, 継続時間が最も長い成分を候補②, 倍音構造を有する基音成分(複数存在した場合は、ピークの振幅が最も大きい基音)を候補③として抽出した。また、絶対音感を持たない楽器演奏の経験がある被験者4名にA~G#の純音を聞かせて、打楽器音の音高を答えさせる主観評価実験を行った。結果をTable 1にまとめる。表中の主観評価は多数決による音高である。候補①~③の音高と一致していない場合が多いが、被験者が感じた音高がGHAによって抽出された音高成分の中に含まれていた割合は約97%であった。音高に関連する成分を抽出できていると考えられる。また、評価結果の傾向から、比較的継続時間が長い音では、短時間で振幅が大きい成分より、ある程度の振幅を持ち長く継続している成分が音高として認識されやすい可能性が考えられる。例えば、Fig.2に示すハイタムの場合、約10フレーム目に大きなピークを持つ成分GやG#ではなく、F#が主観評価で選ばれた。

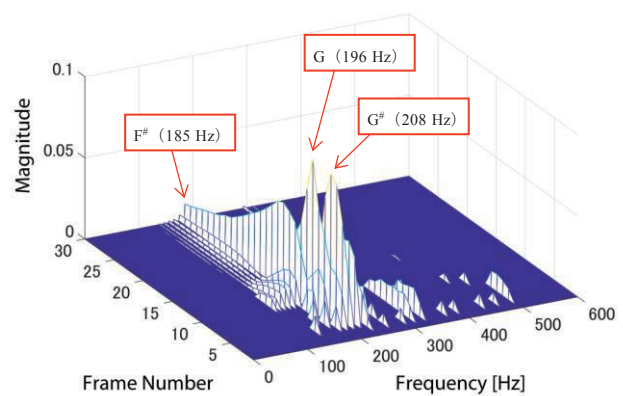


Fig.2 Time-frequency characteristics of High Tom.

Table 1 Extracted and subjectively evaluated pitch.

	候補①	候補②	候補③	主観評価
スネアドラム	B	C	G	D
バスドラム	C#	C#	E	C#
ハイタム	G	G	E	F#
ミッドタム	D#	D#	C#	C#
ロータム	C#	A#	A#	A#
木魚	G	G	F	G#
ハンドクラップ	G#	E	E	D

4. まとめ

解析周波数を12平均律の音高に対応させたGHAの利用を提案し、打楽器音の音高抽出を試みた。今後、本方法の利用、および足音の音高抽出について検討する予定である。最後に、実験に協力頂いた本学卒業生 吉原駿氏, 今井祥太氏, ならびに被験者の方々に感謝する。また、本研究の一部はJSPS科研費(15K00746, 18K02236)の助成で行われた。

参考文献

- (1) 例えば, 磯村太郎, 野村祐基, 板井陽俊, 安川博 (2008): 屋内環境下における歩行足音の検出手法に関する一検討, 信学技報, SIS2007-81.
- (2) 牛山聡, 東山三樹夫, 飯塚昌弘, 平田能睦 (1994): 一般調和解析による波形分析, 信学技報, EA93-103.
- (3) 島崎興平, 田中元志 (2014): 一般調和解析による足音の特徴抽出に関する検討, 平成26年東北地区若手研究者研究発表会, YS-12-A3.
- (4) Goto, M., Hashiguchi, H., Nishimura, T. and Oka, R. (2003): RWC Music Database: Music Genre Database and Musical Instrument Sound Database, *Proc. ISMIR2003*, pp. 229-330.

解説

3 段 Clos スイッチ網の性能改善に関する研究(その 1)

- 研究の背景とスコープ -

小原 仁**, Koloko Labson**

Improving Performances of Three-Stage Clos Switch Networks, Part I
- Back Ground and Scope of the Study -

Hitoshi Obara** and Koloko Labson**

Abstract

Since C. Clos published his seminal work on three-stage switching networks in 1953, the Clos architecture has offered a most practical and efficient design solution for implementing large-scale switching networks to date. There are a great number of published articles applying the Clos architecture to space switches, time-division multiplexed switches, packet/ATM switches, optical switches, among others. However, to our knowledge, there are very few researches aiming to improve performances of the Clos architecture itself. In this paper we give out some redundancy in the Clos architecture for the first time, e.g. idle ports left unused, and examine some techniques to enhance its performances by using the redundancy. Although this paper focuses on the back ground and scope of the study, we fix our research goals and briefly discuss possible techniques in this paper. Our new design principles of the Clos networks will appear elsewhere in the near future.

1. はじめに

この解説の対象である「スイッチ」(以下, SW と略称)とは, 例えば電話交換機のように多数の加入者の中で動的に回線を設定するための装置であり, 通信システムに不可欠な要素である⁽¹⁾. 最も初期の SW として, 入力ポートからの配線と出力ポートへの配線を直交配置して, その交点に電磁式リレーを設置した機械式クロスバーSW (XB-SW) がある⁽²⁾. このタイプの XB-SW は現在では使われていないが, その交点に 2 入力・2 出力の光 SW を配置した光 XB-SW は現在も光ネットワークなどで広く使用されている⁽³⁾⁽⁴⁾. 最近の例では, インターネットでパケットを宛先に振り分けるルータにもパケット蓄積用のメモリが付加された SW が用いられている^{(5),(6)}.

「スイッチ網」とは, いくつかの小規模な SW を網状に接続して得られる大容量の SW であり, 様々な拡張方法が提案されてきた⁽⁷⁾. その中でも XB-SW

を多段接続した Clos 網は規則的で単純な構成であり, 回路規模が小さいという特長がある. SW 全体の入力(出力)ポート数を N とすると, XB-SW の回路規模は N^2 に比例するが, 3 段 Clos 網では $3N^{3/2}$ まで削減できる. $N = 256$ では 5 倍, $N = 1024$ では 10 倍以上の差が生じる. また, Clos 網は既存回線の接続状態によらず未接続の入出力ポートを必ず接続できる性質(完全ノンブロック性)がある⁽⁸⁾. さらに, Clos 網内の経路探索は簡単な論理処理(Boolean 演算)で実現できる⁽⁹⁾.

Clos 網は 1953 年に提案され, 上記の優れた性質のため, これまで多くの通信システムに用いられてきた. ごく一例をあげると, 1960 年代の電話交換機(空間分割型 SW)⁽¹⁰⁾, 1980 年代のデジタル交換機(時分割型 TST-SW)⁽¹¹⁾, 1990 年代の Broadband 交換機(ATM-SW)⁽¹²⁾, 2000 年代の光 SW⁽¹³⁾, 2010 年代の大容量ルータ^{(14),(15)}などである. 世界最大の電気電子情報関係の学会である IEEE のデータベース⁽¹⁶⁾で検索すると, 2018 年 6 月現在で論文タイトルに Clos network または Clos switch を含むものだけで 218 件, 本文中にそれらを含むものは 6,391 件に達する. 平均して 1 年に約 100 件の論文が Clos 網に言及している

2018 年 7 月 23 日受理

**秋田大学大学院理工学研究科 数理・電気電子情報学専攻 電気電子工学コース, Electrical and Electronic Engineering Course, Department of Mathematical Science and Electrical-Electronic-Computer Engineering, Graduate School of Engineering Science, Akita University

ことになる。特筆すべきは、前述の約 6 千件の論文のうち約 4 千件が 2000 年以降に発表されている点である。この事実は Clos 網の応用範囲が近年、ますます広がっていることを示唆している。論文タイトルに Clos network/switch を含む上記の論文の約 85% が Clos 網の応用技術であり、その他は Clos 網で 1 : n マルチキャスト回線や多様な速度の回線を収容する場合のノンブロック条件、あるいは特定のアルゴリズムを用いて回線設定した場合にノンブロックとなる広義ノンブロッキング型 SW の理論検討などである。筆者らが調べた範囲では、Clos 網自身の性能を改善することを目的とした研究は一例も見つけることができなかった。筆者らの調査不足もあるが、Clos 網の完成度の高さと、前述のように Clos 網の回路規模は XB-SW と比較して 10 分の 1 以下に削減でき、更なる性能改善のニーズは強くなかったことなどがその要因として考えられる。しかし、理論面からの興味と後述する実用面からの要請により、その性能を改善する研究は大変有意義である。それは前述の Clos 網の応用の広さを考えれば明らかであろう。

筆者らは、これまで約 10 年間に亘り XB-SW の回路規模を最大で半減できる幾つかの新たな構成原理を提案した^{(17)~(31)}。本研究はその成果を Clos 網に適用するという最新かつ独自のアプローチをとる。以下、第二章において本研究の基盤となる XB-SW と Clos 網の概略を紹介する。第三章で回路規模を削減した XB-SW の一例を紹介し、それを Clos 網に適用して得られる効果と問題点を議論する。第四章では本研究で解決すべき課題を整理し、本研究の今後の取り組みについて議論する。第五章はまとめである。なお、本研究のゴールは 1 つではなく、その過程も段階的である。このため、本解説で全ての研究内容をカバーできない。Clos 網の新たな構成原理やその制御などについては最後に紹介する今後の報告を御参照願いたい。

2. 研究背景

2.1 XB-SW の概要

本研究で対象とする SW は、2 入力・2 出力の単位 SW を網状に接続して得られる光 SW である。図 1(a) にその代表的な XB-SW の構成原理を示す。入力ポートと出力ポートを格子状に配置し、それらの交点に単位 SW を設置する。単位 SW は図 1(b)と(c)のクロス接続とバー接続を切り替えるため 1 ビットの制御信号を必要とするが、以下では簡単のため省略している。また、全ての単位 SW の初期状態はクロス状

態とする。入力ポート i と出力ポート j を接続する場合、それらの交点に存在する単位 SW ($C_{i,j}$) のみをバー接続に変更する。その回線を解放する場合は $C_{i,j}$ のバー接続をクロス接続に戻すだけでよい。一方、ハードウェアの面では、ポート数を N とすると、単位 SW の総数で定義される回路規模は N^2 と急激に増大する。XB-SW は単純な制御で高速に実行できる反面、回路規模が最大となる両極端の性質を有しており、性能バランスが非常に悪いことがわかる。

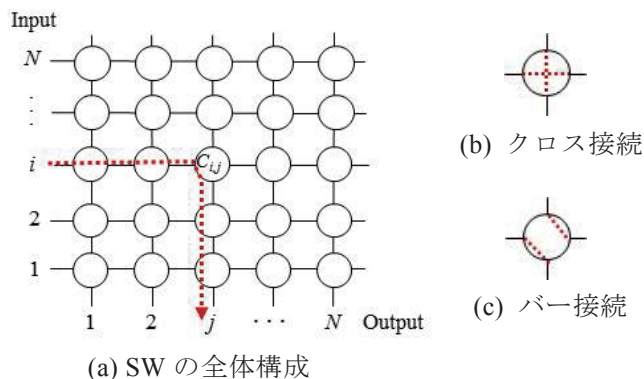


図 1 本解説で対象とする XB-SW の構成

単位 SW の例として、光導波路上で実現されるマッハ・ツェンダー SW⁽³²⁾の構成原理を図 2 に示す。この光 SW では電気信号 (図 2 ではヒータ) によりデバイスの屈折率 (= 光の速さ) を変化させ、後段の方向性結合器での位相をシフトさせて SW 動作を実現する。光の干渉を用いているため、原理的に波長以下のサイズでは実現できない。一般的に、デバイスの感度が小さいため作用長を大きくとる必要がある。また、導波路上の配線は光信号の損失を抑えるために急な曲げを実現できない。図 1 では配線の曲げがないように見えるが実際には図 2 のように存在する。さらに、信号の干渉 (クロストーク) を抑えるため配線間隔も狭くできない。電気 LSI と異なり、上記の集積度の限界のため 1 チップで実現できる光 SW サイズ (ポート数) は厳しく制限される。以上の理由により、光 SW の大容量化・経済化のためには単位 SW 数を減らすことが有効であることがわかる。

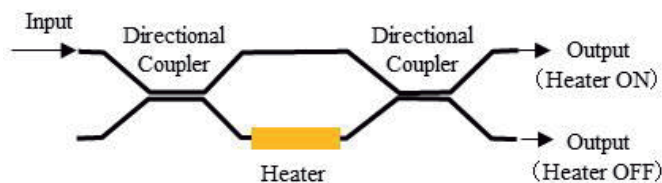


図 2 マッハ・ツェンダ型 2x2 光スイッチ素子

2.2 Clos-SWの概要

前節で述べたように、1チップで実現できる光XB-SWのサイズは小さく、 $N = 16 \sim 64$ 程度である。このため、複数のXB-SWを網状に接続してSWサイズを拡張する方法が多数提案されてきた⁽³³⁾。例えば、図1のXB-SWを1チップで実現し、それを縦・横・斜め方向に2次的に拡張する方法が考えられるが、チップ数が2乗で増大するため現実的でない。この限界を打破するため、小規模なXB-SWを3段接続する方法がC. Closによって提案された⁽⁸⁾。その一例を図3に示す。四角のブロックは図1に示したXB-SWで、その左側が入力ポートであり、右側が出力ポートを表す。

図3において1段目の r 個のXB-SW ($I_1 \sim I_r$)を入力SWと呼ぶ。そのSWサイズは入力が n 本、出力が m 本であり、以下では $n \times m$ と表記する。全体のSWサイズ N は $N = nr$ となる。2段目の m 個の $r \times r$ XB-SW ($M_1 \sim M_m$)を中間SWと呼び、3段目の r 個の $m \times n$ XB-SW ($O_1 \sim O_r$)を出力SWと呼ぶ。図3は $(N, n, r, m) = (12, 4, 3, 4)$ に相当する構成である。なお、XB-SW相互を結ぶ線をリンクと呼ぶ。

図3において、全ての入力と出力が接続できるためには $m \geq n$ である必要性は明らかである。実際、 $m = n$ では新しい回線を設定するために既存の回線の接続経路の変更が必要となる再配置ノンブロック型となる⁽³³⁾。 $m \geq \lfloor 2n - n/F_{2r-1} \rfloor$ では広義ノンブロック型となり⁽³⁴⁾、 $m \geq 2n - 1$ では完全ノンブロック型となる。ここで、 $\lfloor x \rfloor$ は x を超えない最大の整数を表すfloor関数、 F_k は k 番目のFibonacci数である。なお、 $m = n$ の条件でSW規模が最小となるのは $n = m = r = \sqrt{N}$ の場合である。本研究では実用性の面から完全ノンブロックなSWを対象とし、以下では簡単のため $m = 2n$ と仮定する。

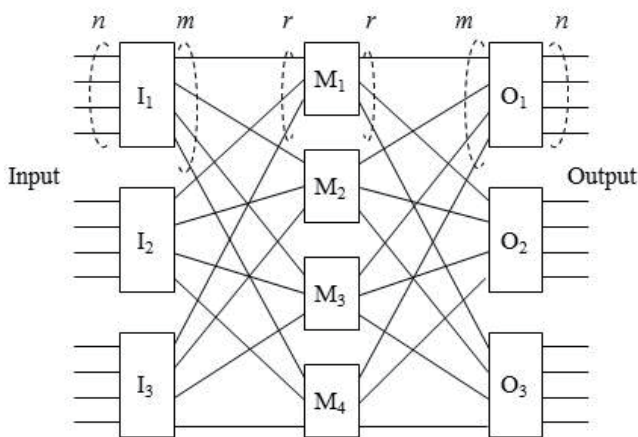


図3 3段Clos網の構成例

さて、Clos網の回路規模は、なぜXB-SWより格段に小さくなるのだろうか。図1に示すようにXB-SWの行と列の単位SWやリンクは特定の入出力ポートで独占的に使用されており、その利用効率は非常に小さいことがわかる。一方、Clos網では一対の入出力ポート間の経路は中間SWと同じ数だけ存在し、かつ、それらのルート上の単位SWやリンクは複数の入出力ポートで共有されている。すなわち、単位SWやリンクなどのリソースの「共有度」を上げることがSW効率改善の鍵となることがわかる。ただし、リソースの共有は制御の複雑さとトレードオフとなることに注意する必要がある⁽¹⁷⁾。

3. 本研究のアプローチ

3.1 XB-SWの冗長性

本研究の目的はClos網の性能改善であるが、筆者らのような浅学非才の研究者が直接、図3の構成を考えてもすぐに行き詰ることは明らかである。本研究では「急がば回れ」という先人の知恵に学び、Clos網を構成しているXB-SWに注目する。第一章で述べたように、筆者らはXB-SWの冗長性に注目して新たな構成法を提案してきたことが背景にある。

図1を見ると、上端と右端にあるそれぞれ N 本のポートは未使用状態となっている。筆者らは、その冗長性を除去することで回路規模を N^2 から $N(N-1)$ に削減でき、さらに、光信号のcoupling/splitting損失を許容すれば $N(N-1)/2$ にまで半減できることを明らかにした^{(27),(28)}。ただし、その代償として光信号の損失が増えるほか、配線が複雑化するなどの新たな問題が生じる。そこで、XB-SWの冗長性を「排除」するのではなく、それを「活用」する方向に発想を転換する。すなわち、上記のXB-SWの空ポートを追加の入出力ポートとして利用することを考える。

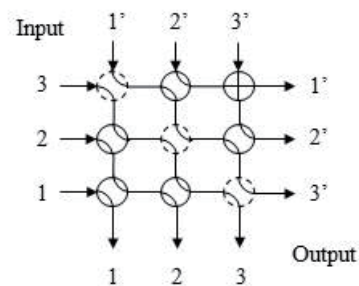


図4 XB-SWの空ポートを利用したSW構成例

最も単純には図1のXB-SWを図4に示すように2つの三角SWとして利用する方法が考えられる⁽³⁵⁾。

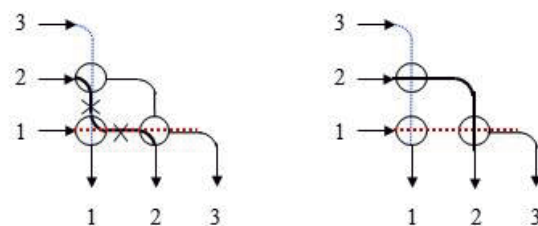
図4では 3×3 のXB-SWの上端の空ポートを追加の入力ポート $1'$, $2'$, $3'$ とし, 右端の空ポートを追加の出力ポート $1'$, $2'$, $3'$ に割り当てる. XB-SWの対角線上にある単位SWはバー状態に固定される. このように追加の入出力ポートを付与したXB-SWを拡張XB-SW (Augmented XB-SW) と呼ぶ^{(30),(31)}.

参考までに, 図4に含まれる三角SWはXB-SWの性質から次のように容易に導かれる^{(18),(33)}. 図1のXB-SWの最初の列において, 左端から入力される N 本の光信号の中から出力ポート1宛てのものが抜き出され, 2列目に向かう信号は $N-1$ 本に減少する. 図4では1列目で入力1が出力1と接続された後, その空席を埋めるように入力2と3が下方にシフトする. 以下, 同様に1つの列を通過する度に信号の総数は1個ずつ「だるま落とし」のように減っていく. よって, 縦方向の単位SW数が1列ごとに1個ずつ減少する三角SWが得られる. この性質を応用すると新たなSW構成が得られるが, その詳細については筆者らの論文⁽³⁰⁾を参照されたい.

3.2 Clos網への応用

図4の拡張XB-SWを図2のClos網の中間SWに適用すると, 中間段におけるXB-SW数を半分に減らすことができる. 大まかに見積もると, 全体の3分の1を占める中間段のSW規模を半分にできるので, SW全体としては約6分の1の削減が見込まれる. さらに, 入力SWと出力SWにも適用範囲を広げると, 最大で2分の1の削減が見込まれる. この効果はClos網の回路規模がXB-SWの10分の1以下に削減できることに比べて, 実に僅かなものである. しかし, 一般的に, あるシステム全体の回路規模の6分の1~2分の1を削減できるとしたら, それは無視できない効果ではないだろうか.

上記の議論で本研究の目的であるClos網の性能改善がすぐにでも達成できそうだとおられるかも知れない. しかし, 現実にはそれほど単純ではない. 図4において, 入力1から出力1の接続と入力3から出力3の接続を入れ替えるケースを考える. それらの2つの新たな接続は, 既存の接続(この場合は入力2から出力2)でブロックされる(図5a). ただし, その既存の回線の経路(入力2から出力2)を再配置すると新たな接続を実現できる(図5b). すなわち, 三角SWは再配置ノンブロックとなる. さらに不幸なことに, $N \times N$ 三角SWで再配置すべき回線数は最悪の場合 $N-2$ となり, 2つの回線を交換する際に既存の全ての回線が影響を受けるため実用的ではない.



(a) ブロック発生例 (b) 再配置によるブロック解消

図5 三角SWにおけるブロックと再配置の例

では, 図4の拡張方法の何が悪かったのだろうか. その答えはこれまでの議論から明らかである. 図4では, 1つのXB-SWを互いに排他的な2つの三角SWに分断しており, 本研究で志向すべきリソースの「共有」が全く考慮されていない. とすれば, その解決方法も自ずと明らかである. 何らかの「共有」機構を導入すればよい. 筆者らが最初に思いついた新たな拡張XB-SWの例⁽²⁹⁾を図6に示す. XB-SWの行と列の単位SWがそれぞれ2つの入力と出力で共有されている. また, 従来のXB-SW(図1と図3)と異なり, 図6では同一行および列の入出力ポートの信号の伝送方向が反対(双方向)となっている. ただし, この構成では次に述べる「干渉」と「制約」という二つの副作用が新たな問題となる.

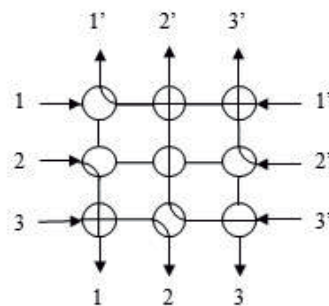


図6 リソース共有を図った拡張XB-SWの例

図6において, 入力1から出力3と入力 $1'$ から出力 $1'$ へ同時に回線設定をすると行内でブロックが発生する. 同様に, 入力 $3'$ から出力 $1'$ と入力1から出力1へ同時に回線を設定すると列内でブロックが発生する. ある工夫によって行内のブロックは避けることはできる⁽³⁷⁾, 列内のブロックは解消できない. しかし, その詳細は割愛するが, 図5の拡張XB-SWでは最悪ケースの再配置数を1にまで削減することができる⁽³⁷⁾. この結果は, SW制御の複雑さを $O(N)$ から $O(1)$ に低減させたことに相当し, 図6の構成がそれほど筋の悪いものではないことを暗示している.

次に、双方向化の影響について考える。一般的に、受動素子で構成される光 SW では信号の伝送方向は任意である。例えば、導波路上に作成された光 SW は入出力ポートを反対に使用しても、元の特性とほぼ同等の性能を示すことが実験的に示されている⁽³⁸⁾。一方で、例えば MEMS タイプの光 SW では、その動作原理から信号の伝送方向が限定されており、図 6 のような双方向化が適用できない。以上の議論より、図 6 の構成は内部ブロックが避けられず、全ての光 SW に適用できないなどの問題がある。

4. 研究の範囲と進め方

以上の研究背景と経緯をベースに本研究の3つの課題と今後の進め方を簡単に述べる（図7を参照）。

最初に、今後の研究で、どのような SW 構成を検討対象とすべきだろうか。これまで紹介した SW 構成には未解決の問題が残されている。しかし、その先の展望が全くない訳ではない。図6の拡張 XB-SW ではブロックを完全に解消できないが、それは1つの拡張 XB-SW を従来の2つの XB-SW として最大限度まで利用しているためである。ならば、1つの拡張 XB-SW を、例えば1.5個の従来の XB-SW として収容率を下げて使うことでブロックを回避できないだろうか。この例では、2つの拡張 XB-SW に3つの従来の XB-SW を埋め込むことに相当する。この考え方は共有化のレベルを1段階上げを意味する。本質的な解決方法ではないかも知れないが、最初のステップとして現実的なアプローチと思われる。

次に、双方向化の問題について考える。図6では1つのリンクを直接、共有しているが、リンクの伝送方向を固定した上で双方向化することはできないだろうか。具体的には右向きと左向き、あるいは下向きと上向きの単方向リンクを混在させる形態である。その背景として、次のようなアナロジーが考えられる。初期の Ethernet では1本のバスを双方向で共有しており、その最大効率は30%程度であった。その後、単方向のバスを折り返す形態（Folded Bus）が提案され、最終的に2本の単方向バスを組み合わせた双方向構成（Bidirectional Dual Bus）に進化した。バスの本数は2倍に増えたが、受信ノードで情報を終端する場合のスループットは約7倍の200%以上になった。アナロジーが常に正しい方向を示す訳ではないが、最初のステップとして試してみる価値はある。

最後に、SW 制御の問題について考える。現時点では新たな Clos 網の構成は不明なので、その SW 制御も不明である。ただし、前述のように共有化のレベ

ルが上がれば SW 制御が複雑になり、その制御時間が問題になる。現状把握のため、Clos 網の制御の高速化に関する従来の研究をリサーチしたところ、少数の論文しか存在しないことが判明した。本解説ではスペースの制限から Clos 網の構成に焦点を当てたが、Clos 網の制御の高速化も本研究の主要なゴールの一つとして既に検討を開始した⁽³⁹⁾。最初のステップとして最も単純な構成（ $n=2$ ）とし、その後、一般的な条件（ $n \geq 3$ ）に拡張する予定である。

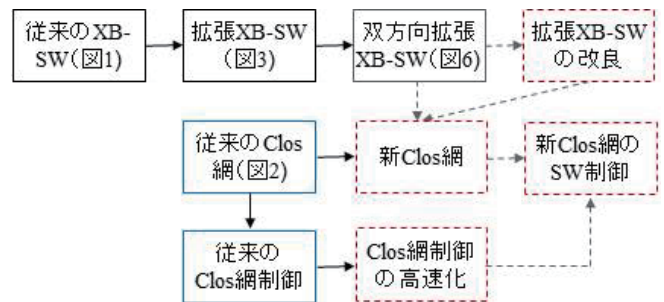


図7 本研究の課題と従来技術との関連

5. まとめ

本解説では、最初にスイッチ網の代表例である3段 Clos 網について、近年、その応用範囲がますます広がっているものの、それ自身の性能改善の研究例がほとんどないことを示した。次に、筆者らによる最新かつ独自のアプローチとして、XB-SW の冗長性を活用した拡張 XB-SW を用いる性能改善の方法を紹介した。最後に、本研究で解決すべき3つの課題として、単位 SW の共有化、リンクの単方向化、制御の高速化をあげ、それぞれの研究の進め方について簡単に議論した。本研究に関する成果の一部については、今後、下記のように報告する予定である。

- ・3段 Clos スイッチ網の性能改善に関する研究（その2）－双方向 XB-SW を適用した3段 Clos スイッチ網－，電気関係学会東北支部大会，2018年9月
- ・3段 Clos スイッチ網の性能改善に関する研究（その3）－FPGA を用いた3段 Clos スイッチ網の制御の高速化－，電気関係学会東北支部大会，2018年9月
- ・Improving Performances of Three-Stage Clos Networks Part IV –Reducing the Number of Rearrangements Using Idle Ports, *IEEE Tohoku Section Joint Convention*, Sept. 2018
- ・3段 Clos スイッチ網の性能改善に関する研究（その5）－3段 Clos スイッチ網の並列制御方式，電子情報通信学会 EMD 研究会，2018年10月

謝辞

本研究について、当初からその重要性和将来性に深い御理解を賜り、温かく見守っていただいた坂田真人先生（秋田大学名誉教授）と根元義明先生（東北大学名誉教授）に衷心より御礼申し上げる。また、筆者らの下でスイッチ網の研究に辛抱強く取り組み、世界に誇れる研究成果をあげた（ている）研究室の学生およびスタッフに感謝する。

参考文献

- (1) Hui, J.Y. (1990): *Switching and Traffic Theory for Integrated Broadband Networks*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- (2) Pearce, J. G. (1981): *Telecommunications Switching*, Plenum Press, New York.
- (3) Papadimitriou, G.I., Papazoglou, C., Pomportsis, A.S. (2003): Optical Switching: Switch Fabrics, Techniques, and Architectures, *IEEE/OSA J. Lightw. Technol.*, vol. 21, no. 2, pp.384-405.
- (4) Spanke, R.A. (1987): Architectures for Guided-Wave Optical Space Switching Systems, *IEEE Communi. Mag.*, vol. 25, no. 5, pp.42-48.
- (5) Hassen, F., Mhamdi, L. (2015): High-Capacity Clos Network Switch for Data Center Networks, *Proc. of IEEE Int. Conf. on Communications*, pp.1-7, London, UK.
- (6) Hogg, S. (2014): Clos Networks: What's Old Is New Again, *Network*, <https://www.networkworld.com/article/2226122/cisco-subnet/clos-networks--what-s-old-is-new-again.html>
- (7) Marcus, M. J. (1977): The Theory of Connecting Networks and Their Complexity: a Review, *Proc. IEEE*, vol. 65, no. 9, pp.1263-1271.
- (8) Clos, C.C. (1953): A Study of Non-Blocking Switching Networks, *BSTJ*, vol. 32, no. 2, pp.406-424.
- (9) Hwang F. (1983): Control Algorithms for Rearrangeable Clos Networks, *IEEE Trans. on Communi.*, vol. COM-14, no. 3, pp.952-954.
- (10) Matthews, G. A. (1966): The Pentex Electronic Telephone Exchange, *IEEE Trans. on Communi. Tech.*, vol. 31, no. 8, pp.212-216.
- (11) Bruce, R.A., Gilth, P.K. (1979): No.4 ESS – Evolution of a Digital Switching System, *IEEE Trans. on Communi.*, vol. COM-27, no. 7, pp.1001-1011.
- (12) Liew, S.C. (1994): Multicast Routing in 3-Stage Clos ATM Switching Networks, *IEEE Trans. on Communi.*, vol. 42, no. 2/3/4, pp.1380-1390.
- (13) Marom, D.M., Colbourne, P.D., D'errico A., Fontaine N.K., Ikuma Y., Proietti R., Zong L., Rivas-Moscoso, J.M., Tomkos, I. (2017): Survey of Photonic Switching Architectures and Technologies in Support of Spatially and Spectrally Flexible Optical Networking, *IEEE J. Opt. Commun. Netw.*, vol. 9, no. 1, pp.1-26
- (14) Juniper White Paper (2015): Clos IP Fabrics with QFX5100 Switches, <https://www.juniper.net/us/en/local/pdf/whitepapers/2000565-en.pdf>
- (15) Cisco White Paper (2016): Cisco Data Center Spine-and-Leaf Architecture: Design Overview, <https://www.cisco.com/c/en/us/products/collateral/switches/nexus-7000-series-switches/white-paper-c11-737022.pdf>
- (16) <https://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>
- (17) 小原仁, 坂田真人 (2007): 格子型スイッチ網の構成原理に関する一考察, 秋田大学工学資源学部研究報告, vol.28, pp.49-56. <https://ci.nii.ac.jp/naid/110006481838/>
- (18) Obara, H., Sakata, M., Nemoto Y. (2008): Bridging Crossbar and Triangular Switches, *Proc. of HPSRN*, pp. 31-36, Sendai, Japan.
- (19) Obara, H., Sakata, M., Nemoto Y. (2008): Torus-Embedded Crossbar Switch with a Minimum Number of Switching Cells, *ibid.*, pp.119-124.
- (20) Obara, H. (2008): Reduced Crossbar Switch with Minimum Number of Switching Cells, *Electron. Lett.*, vol.44, no.14, pp.888-889.
- (21) Obara, H. (2009): Extended Class of Pruned Crossbar Switches, *Proc. of Int. Conf. Adv. Technol. Commun.*, pp. 129-132, Hai Phong, Vietnam.
- (22) Kai, Y., Hamada, K., Myao, Y., Obara, H. (2009): Design of Partially-Asynchronous Parallel Processing Elements for Setting up Benes/Clos Networks in $O(\log N)$ Time, *Proc. of Photonics in Switching*, pp.1-2, Pisa, Italy.
- (23) 小原仁 (2014): 縮退クロスバースイッチの研究 (その1), 信学技法, EMD2014-13, pp.27-32.
- (24) 小原仁 (2014): 縮退クロスバースイッチの研究 (その2), 信学技法, IN2014-27, pp.67-72.
- (25) 小原仁 (2015): 縮退クロスバースイッチの研究 (その3), 信学技法, EMD2015-8, pp.39-44.
- (26) 小原仁 (2017): 縮退クロスバースイッチの研究 (その4), 信学技法, OCS2017-17, pp.33-38.
- (27) 小原仁 (2017): 縮退クロスバースイッチの研究 (その5), 信学技法, OCS2017-18, pp.39-44.
- (28) Obara, H. (2015): Design of Optical Multi/Demultiplexers Composed of Bidirectional 2 x 2 Switch Elements for Reducing Component Count, *Electron. Lett.*, vol.51, no.15, pp.1182-1184.
- (29) Obara, H. (2016): Strictly Non-Blocking Three-Quarter Crossbar Switch with Simple Control, *Electron. Lett.*, vol.52, no.23, pp.2051-2053.
- (30) Obara, H., Hashimoto, T. (2016): Augmented Crossbar Switch: a New Design of Optical Crossbar Switch for Improved Crosstalk Performance, *Proc. of Int. Conf. on Elect. Eng.*, Okinawa, Japan.
- (31) Obara, H. (2018): Cascaded versus Parallel Architectures of Two-Stage Optical Crossbar Switches with an Extra Set of Inputs and Outputs, *IET Optoelectronics*, vol. 12, no.4, pp.196-201.
- (32) Hinton, H.S. (1987): Photonic Switching Using Directional Couplers, *IEEE Com. Mag.*, vol. 25, no. 2, pp.16-26.
- (33) Kabacinski, W. (2005): *Nonblocking Electronic and Photonic Switching Fabrics*, Springer, Berlin.
- (34) Opferman, D.C., et al. (1971): On a Class of Rearrangeable Switching Networks Part I: Control Algorithm, *BSTJ*, vol. 50, no. 5, pp.1579-1600.
- (35) Chang, F.H., Guo, J.Y., Hwang, F.K., Lin, C.K. (2004): Wide-Sense Nonblocking for Symmetric or Asymmetric 3-stage Clos Networks under Various Routing Strategies, *Theoretical Computer Science*, vol. 314, pp.375-386.
- (36) Lea, C-T. (2005): Expanding the Switching Capabilities of Optical Crossconnects, *IEEE Trans. Communi.*, vol. 53, no. 11, pp.1940-1944.
- (37) 橋本拓大 (2018): 空きポートを利用したクロスバースイッチの並列構成に関する研究, 平成 29 年度 秋田大学大学院理工学研究科修士論文.
- (38) Tanizawa, K., Suzuki, K., Ikeda, K., Namiki S., Kawashima, H. (2016): Novel PILOSS Port Assignment for Compact Polarization-Diversity Si-Wire Optical Switch, *Proc. OFC*, pp.1-3, Anaheim, CA, USA.
- (39) 柳普登 (2018): FPGA を用いたハードウェア制御による三段 Clos 網の制御の高速化に関する研究, 平成 29 年度 秋田大学理工学部卒業論文.

解説

原始語の集合と文脈自由言語について

新屋良磨 **

On Primitive Words and Context-Free Languages

Ryoma Sin'ya**

Abstract

Primitive word is a word that can not be represented by any repetition of shorter words. Since every non-empty word is a repetition of the unique primitive word, primitive words play an important role in combinatorics on words. In this article, we explain a long-standing open problem called “primitive words conjecture” which has a deep connection with the theory of context-free languages.

1 はじめに

原始語とは「自身より短い語の繰り返し」では表されない語 (文字の有限列) のことである (正確な定義は次節にて行う). 任意の語はある原始語の繰り返しとして一意に分解することができ, そういった意味で原始語は語の世界における素数のような対象であり, 定義は単純であるが非常に奥深い性質を持っている.

形式言語理論においては「ある語の集合 (言語) が特定の言語族に属するかどうか?」といった種類の問題がしばしば興味の対象となる. ここでは「特定の言語族」とは計算論的あるいは代数的な特徴づけを持った言語族が主な興味の対象とされ, 典型的な例としては Chomsky の階層における正則言語 (regular languages), 文脈自由言語 (context-free languages), 文脈依存言語 (context-sensitive languages) などの族が挙げられる. 帰納的可算言語 (recursively enumerable language) まで行ってしまうと「ある語の集合が帰納的可算言語に属するかどうか? (すなわち計算可能であるか)」は (著者の感覚からすると) 形式言語理論というよりも計算論の問いになるものと思われる. その中でも特に文脈自由言語は, 代数における代数関数 (多項式系の解となる巻数) のある種の非可換化と捉えることができ, 代数的言語とも呼ばれている重要な言語族である. あらゆる性質が決定可能である正則言語とは異なり, 文脈自由言語は (等価性判定や普遍性判定を含む) 多くの問題が決定不能であり, 計算的には困難面も持ちながらも豊かな構造理論を持っている.

本稿では原始語全体の集合と文脈自由言語に対する有名な Dömösi-Horváth-Ito 予想について述べ, これまでの研究における予想へのいくつかのアプローチや今後の課題について解説を行う. Dömösi-Horváth-Ito 予想に対する既存のアプローチは多数あるものの, 本項では特に言語の母関数や測度に関連したアプローチについて取り上げる. 続く 2 章では原始語と文脈自由言語の定義を行い Dömösi-Horváth-Ito 予想を定式化する. 3 章にて原始語の集合と無曖昧文脈自由言語の関係について考察を行い, 4 章にて原始語の集合に対する著者なりの今後の課題について述べ本稿の結びとする.

2 原始語の集合と文脈自由言語

形式言語理論において, 文字集合とは単に空でない有限集合のことを差し, 文字集合の要素を文字と呼ぶ. 以降, 変数 A は常に文字集合を表す. 文字集合 A 上の語とは A に属する文字 a_i を有限個並べた列: $a_1 a_2 \cdots a_n$

2018年8月10日受理

** 秋田大学大学院理工学研究科数理・電気電子情報学専攻数理科学コース,
Mathematical Science Course, Akita University Graduate School of Engineering Science.

である。語には接続 \cdot という演算を考えることができ、2つの語 $u = a_1 \cdots a_i, v = b_1 \cdots b_j$ の接続 $u \cdot v$ は u と v を並べたものを表す：

$$u \cdot v \triangleq a_1 \cdots a_i b_1 \cdots b_j. \quad (1)$$

語 w を n 個接続した語を w^n で表す。例えば $aaa = a^3$ で $abab = (ab)^2$ である。語 $w = a_1 \cdots a_n$ の長さを $|w|$ で表す： $|w| = n$ 。 ε で長さが0の語(空語)を表す。 A に属する文字から作られる語全ての集合を A^* で表す。 A 上の言語とは A^* の部分集合のことを指す。すなわち $L \subseteq A^*$ となる L を言語と呼ぶ。任意の2つの言語 L, M の接続を以下のように語の接続を自然に拡張して定義する：

$$L \cdot M \triangleq \{uv \in A^* \mid u \in L, v \in M\}. \quad (2)$$

言語 L に対し、 L^n で言語 L の n 回の接続

$$L^0 \triangleq \{\varepsilon\} \quad L^n \triangleq L \cdot L^{n-1} \quad (3)$$

を表す。言語 L に対してその Kleene 閉包 L^* を

$$L^* = \bigcup_{n=0}^{\infty} L^n \quad (4)$$

で定義する。有限要素の言語を全て含み、和集合、接続および Kleene 閉包に閉じた最小の言語族を正則言語族と呼ぶ。

2.1 原始語

定義 2.1 (原始語). A 上の語 $w \in A^*$ が原始語であるとは、 w より短い語の繰り返して表せられないこと：

$$\text{任意の } u \in A^* \text{ について } w = u^n \Rightarrow n = 1 \quad (5)$$

ことを言う。 A 上の全ての原始語の集合を \mathbb{Q}_A で表す。

例えば語 $abbab$ は原始的であるが、 $abbabb = (abb)^2$ は原始的ではない。また、語 w の長さが素数 p の場合は a^p という形の語を除いて原始的となる：

$$\text{任意の素数 } p \text{ について } A^p \cap \mathbb{Q}_A = A^p \setminus \{a^p \mid a \in A\}. \quad (6)$$

さらに、任意の非空語 $w \in A^* (|w| \geq 1)$ には原始語 u と自然数 $n \geq 1$ のペアが一意に存在し $w = u^n$ が成り立つ。

2.2 文脈自由言語

定義 2.2 (文脈自由文法). 文脈自由文法とは、文字集合 A と

- 変数集合と呼ばれる A と素な有限集合 V
- 導出規則と呼ばれる関係 $\xrightarrow{R} \subseteq V \times (V \cup A)^*$
- 初期変数と呼ばれる $S \in V$

から成る4つ組 $G = (V, A, \xrightarrow{R}, S)$ である。

定義 2.3 (文脈自由言語). 文脈自由文法 $G = (V, A, \xrightarrow{R}, S)$ が表現する言語 $\llbracket G \rrbracket$ を初期変数 S から導出規則

\xrightarrow{R} の反射推移閉包 $\xrightarrow{R^*}$ によって導出される A 上の言語として定義する.

$$\llbracket G \rrbracket \triangleq \{w \in A^* \mid S \xrightarrow{R^*} w\}. \quad (7)$$

言語 L が文脈自由とは, $L = \llbracket G \rrbracket$ となる文脈自由文法 G が存在することを言う.

文脈自由言語の典型的な例としては, $A_0 = \{(,)\}$ 上の次の文法 G_D が挙げられるだろう.

$$G_D = (\{S\}, A = \{(,)\}, \xrightarrow{R} = \{(S, \varepsilon), (S, (S)S)\}, S). \quad (8)$$

文法 G_D によって生成される語として

$$S \xrightarrow{R} (S)S \xrightarrow{R} (\varepsilon)S \xrightarrow{R} ()(S)S \xrightarrow{R} ()(\varepsilon)S \xrightarrow{R} ()()S \xrightarrow{R} ()()(\varepsilon)S \xrightarrow{R} ()()() \varepsilon = ()()() \quad (9)$$

などがある. 直感的には $\llbracket D \rrbracket$ は括弧の対応がきちんと取れている語の集合である. なお, 数式に用いる括弧 $()$ と混同しないように太字の括弧 $\mathbf{()}$ を用いている. $\llbracket D \rrbracket$ は Dyck 言語とも呼ばれ, 正則言語ではないが文脈自由言語である例として代表的な言語となっている.

2.3 Dömösi-Horváth-Ito 予想

原始語と文脈自由言語の定義がそろったので, 本稿で解説する Dömösi-Horváth-Ito 予想を以下に述べよう. **予想 (Dömösi-Horváth-Ito)**. A が 2 つ以上の文字を含む ($\#A \geq 2$) とき, 全ての原始語の集合 \mathbb{Q}_A は文脈自由ではない.

この予想のように「ある言語がある言語族に属さない」という形の命題を否定命題と呼ぶ. 形式言語理論には否定命題の一般的な証明技法がそれぞれの言語族についていくつか種類がある. 続く 3 章では母関数を用いた証明技法 (Chomsky-Schützenberger の定理) を, 最後の 4 章では繰り返し構造を用いた証明技法 (ポンピング補題) と測度を用いた証明技法を紹介する.

予想の初出である Dömösi, Horváth, Ito らの 1991 年の論文 (4) から, 原始語と文脈自由言語に関する研究が続けられているが現時点で未解決である.

補足 2.1. A が単一の文字 a のみ含む場合 ($A = \{a\}$) は, 定義より

$$\mathbb{Q}_{\{a\}} = \{a\} \quad (10)$$

となってしまうため, これは明らかに文脈自由言語 (文法 $G = (\{S\}, \{a\}, \{(S, a)\}, S)$ の言語) となる.

w が原始語であるかどうかの判定は, 素朴に w の全ての真の接頭辞 ($w = uv$ ($|u|, |v| \geq 1$) となる u) に対してその繰り返し w と一致するかどうかを判定すれば良い. そのため w が \mathbb{Q}_A に属するかどうかの判定は線形領域で計算可能であるため, \mathbb{Q}_A が文脈依存言語であることは自明である.

3 原始語と無曖昧文脈自由言語

原始語の集合が文脈自由言語かどうかについてはまだ未解決であるが, 文脈自由言語よりも表現力の弱い言語クラスである無曖昧文脈自由言語ではないことが知られている (文献 (5) の 8.3 章を参照せよ). 本節では, 既存の証明とは少し違った形で (不完全ではあるが) 原始語の集合が無曖昧文脈自由でないことを示すためのアイデアを解説したいと思う. まずは無曖昧文脈自由言語の定義 (およびそれに必要な諸定義) から述べよう.

3.1 無曖昧文脈自由言語と Chomsky-Schützenberger の定理

定義 3.1 (最左導出). 文脈自由文法 $G = (V, A, \xrightarrow{R}, S)$ 導出規則 \xrightarrow{R} は次の最左導出規則 $\xrightarrow[\text{left}]{R} \subseteq (V \cup A)^* \times (V \cup A)^*$ に自然に拡張することができる.

$$\xrightarrow[\text{left}]{R} \triangleq \{(uXw, uvw) \mid u \in A^*, v, w \in (V \cup A)^* X \in V \text{ such that } X \xrightarrow{R} v\}. \quad (11)$$

$u \xrightarrow[\text{left}]{R}^* v$ となる場合に G は u から v を最左導出すると言う.

定義 3.2 (文脈自由文法と曖昧性). 文脈自由文法 $G = (V, A, R, \xrightarrow{R})$ が無曖昧であるとは, 任意の $w \in \llbracket G \rrbracket$ について $S \xrightarrow{R}^* w$ となる最左導出が唯一存在することである. すなわち任意の $w \in \llbracket G \rrbracket$ に対して

$$S \xrightarrow[\text{left}]{R} w_1 \xrightarrow[\text{left}]{R} w_2 \xrightarrow[\text{left}]{R} \cdots \xrightarrow[\text{left}]{R} w_n \xrightarrow[\text{left}]{R} w \quad (12)$$

となる $n \in \mathbb{N}$ と $w_1, \dots, w_n \in (V \cup A)^*$ が唯一存在することを言う.

文脈自由言語 L が無曖昧であるとは, $L = \llbracket G \rrbracket$ となる無曖昧な文脈自由文法 G が存在することを言う. 文脈自由言語 L が本質的に曖昧であるとは, $L = \llbracket G \rrbracket$ となる無曖昧な文脈自由文法 G が存在しないことを言う.

例えば前節で紹介した Dyck 言語を生成する文法

$$G_D = (\{S\}, \{(\cdot)\}, \{(S, \varepsilon), ((S)S)\}, S) \quad (13)$$

は無曖昧である (実際には機能法などを用いて示す) が, 同じく Dyck 言語を生成する次の文法

$$G_{D'} = (\{S\}, \{(\cdot)\}, \xrightarrow{R} = \{(S, \varepsilon), (S, SS), (S, (S))\}, S) \quad (14)$$

は曖昧である. なぜなら, $G_{D'}$ においては例えば $()$ という語に対して

$$S \xrightarrow[\text{left}]{R} SS \xrightarrow[\text{left}]{R} (S)S \xrightarrow[\text{left}]{R} (\varepsilon)S \xrightarrow[\text{left}]{R} (\varepsilon)\varepsilon = (), \quad (15)$$

$$S \xrightarrow[\text{left}]{R} SS \xrightarrow[\text{left}]{R} \varepsilon S \xrightarrow[\text{left}]{R} \varepsilon(S) \xrightarrow[\text{left}]{R} \varepsilon(\varepsilon) = () \quad (16)$$

という異なる 2 つの最左導出列が存在するためである.

「ある言語が無曖昧文脈自由言語でない」という否定命題を示すための強力な道具として, 言語の数え上げ関数に対する次の古典的な Chomsky-Schützenberger の定理がある.

定義 3.3 (数え上げ関数と母関数). 言語 L について, その数え上げ関数 $\Gamma_L : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ とは

$$\Gamma_L(n) \triangleq \#\{w \in L \mid |w| = n\} = \#(L \cap A^n) \quad (17)$$

で定義される関数である. 言語 L について

$$\sum_{n \geq 0} \Gamma_L(n) z^n \quad (18)$$

で定義される 1 変数の有理数係数級数を L の母関数と呼ぶ.

定理 3.1 (Chomsky-Schützenberger(3)). 無曖昧文脈自由言語の母関数は代数関数.

ここで言う代数関数とは、ある有理数係数 2 変数多項式 $P(x, y)$ の根

$$P(x, F) = 0 \quad (19)$$

となる $F = F(x)$ のことを表す.

Dyck 言語を用いて Chomsky-Schützenberger 定理の具体例を見てみよう. Dyck 言語は無曖昧な文法

$$G_D = (\{S\}, \{(,)\}, \xrightarrow{R} = \{(S, \varepsilon), (S, (S)S)\}, S) \quad (20)$$

で表現されるため, Dyck 言語の数え上げ関数は定理より代数関数になるはずである. Dyck 言語 $D = \llbracket G_D \rrbracket$ の最初の数項を計算してみると

$$\Gamma_D(0) = \#\{\varepsilon\} = 1, \quad (21)$$

$$\Gamma_D(2) = \#\{()\} = 1, \quad (22)$$

$$\Gamma_D(4) = \#\{(())(())\} = 2, \quad (23)$$

$$\Gamma_D(6) = \#\{((())), (())(), ((())(), ()(), ()()())\} = 5, \quad (24)$$

$$\Gamma_D(8) = \#\{(((()))), ((()())), ((())()), ((())(), ()(), ()()()), ((())(), ()()()), ((())(), ()()()), ((())(), ()()()), ((())(), ()()()), ((())(), ()()())\} = 14. \quad (25)$$

となるが, D の母関数は代数関数

$$F_D(z) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4z^2}}{2z^2} \quad (26)$$

として表すことができる. 実際, $F_D(z)$ を $z = 0$ で Taylor 展開すると

$$F_D(z) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4z^2}}{2z^2} = 1 + z^2 + 2z^4 + 5z^6 + 14z^8 + \dots \quad (27)$$

となり, z^n の係数と $\Gamma_D(n)$ の値が一致していることがわかる. 無曖昧文脈自由言語と代数関数の関わりについて, より詳しくは文献 (7) を参照いただきたい.

3.2 原始語の集合の本質的曖昧性

本稿の序章で述べたとおり, 原始語は語の世界における“素数”のような対象である. 最初に原始語の集合 \mathbb{Q}_A について次の性質

$$\text{任意の素数 } p \text{ について } A^p \cap \mathbb{Q}_A = A^p \setminus \{a^p \mid a \in A\}. \quad (28)$$

が成り立つことを述べた. この性質を元に, \mathbb{Q}_A に少し変更を加えて素数との結びつきをより顕著にしてみよう. \mathbb{Q}_A と 1 文字の 2 回以上の繰り返しからなる文字列集合 $\{a^n \mid a \in A, n \geq 2\}$ の和の補集合 $\overline{\mathbb{Q}'_A}$:

$$\overline{\mathbb{Q}'_A} \triangleq A^* \setminus (\mathbb{Q}_A \cup \{a^n \mid a \in A, n \geq 2\}) \quad (29)$$

について考えてみる. 任意の合成数 $n = xy (x, y \geq 1)$ に対して長さが n の非原始語 ($|w| = x$ となる w に対して w^y) は存在し, 素数 p に対しては性質 (28) から $\mathbb{Q}_A \cup \{a^n \mid a \in A, n \geq 2\}$ が長さ p の全ての語を含むため,

$\overline{\mathbb{Q}'_A}$ の数え上げ関数は

$$\Gamma_{\overline{\mathbb{Q}'_A}}(n) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad n = 1 \text{ または } n \text{ は素数} \quad (30)$$

という性質を満たすことがわかる．つまり $\overline{\mathbb{Q}'_A}$ の数え上げ関数の零点の集合は (1 を含むことを除いて) 素数全体と一致するのである．

級数 $F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ において、係数 c_n が 0 となる n を F の消失点と呼び、消失点全体の集合を $\mathcal{Z}(F)$ と置くことにしよう．ある種の関数のクラスにおいては、その Taylor 展開 $F(z)$ の消失点の集合 $\mathcal{Z}(F)$ が等差数列の有限和となることが知られている．

定義 3.4 (周期的集合)．自然数 $c, d \geq 0$ について $\{cn + d \mid n \geq 0\}$ の形でかける自然数の集合を等差数列と呼ぶ．自然数の等差数列の有限和を周期的集合と呼ぶ．

補足 3.1．上の定義では、公差 $c = 0$ の場合も許しているため 1 点集合 $\{d\}$ は等差数列となり、よって任意の有限集合は周期的集合となる．

定理 3.2 (Skolem-Mahler-Lech (文献 (1) を参照せよ))．有理関数 $f(z)$ の Taylor 展開の消失点の集合 $\mathcal{Z}(f)$ は周期的集合．

上述した Chomsky-Schützenberger の定理から、無曖昧文脈自由言語の母関数は代数関数となる．無曖昧文脈自由言語は正則言語との和において閉じているため、もしも \mathbb{Q}_A が無曖昧文脈自由言語であれば $\mathbb{Q}'_A = \mathbb{Q}_A \cup \{a^n \mid a \in A, n \geq 2\}$ も $(\{a^n \mid a \in A, n \geq 2\})$ が正則言語であり、無曖昧文脈自由言語は正則言語との非交和について閉じているため無曖昧文脈自由言語となり、代数関数は差において閉じているため $\overline{\mathbb{Q}'_A}$ の母関数も代数関数となるはずである．一方 $\overline{\mathbb{Q}'_A}$ の消失点の集合は素数全体であるため周期的集合にはならない (素数は無限個あり、さらに素数の集合は無限長の等差数列を含まないため)．そのため、上述した Skolem-Mahler-Lech の定理の言明 (有理関数の消失点は周期的集合) を代数関数にまで一般化することができれば、 $\overline{\mathbb{Q}'_A}$ の母関数の消失点に関する上記の考察から \mathbb{Q}_A の本質的な曖昧性を示すことができる．Skolem-Mahler-Lech の定理の一般化については、代数関数を含む広い関数クラス (ホロノミック関数) について Bell ら (2) が技術的な条件付きで一般化について成功している．完全な一般化については今後の課題である．

4 関連研究と課題

前節では原子語の集合の無曖昧性についての解説を行った．しかし、肝心の予想である「原子語の集合が文脈自由言語ではない」は未解決である．文脈自由言語の母関数は一般に超越関数になり得るため (文献 (7) を参照せよ)、無曖昧文脈自由言語における Chomsky-Schützenberger の定理のような「否定命題に対する強力な道具」が欠けていることが、予想の解決を困難にしている原因の 1 つである．

また、予想の解決を困難にしている他の原因として原子語の集合が「非常に大きい」ことが挙げられる．ここで言う「非常に大きい」の意味は後で説明するが、直感的には「とても多くの語を含む」と考えてもらいたい．文脈自由言語の否定命題に用いられる道具としては次の有名なポンピング補題がある．

補題 4.1 (ポンピング補題)．任意の文脈自由言語 L に対して、ある自然数 $p \geq 1$ が存在し、 $|u| \geq p$ となる任意の $u \in A^*$ は $u = vwxyz$ と次の条件を満たす $v, w, x, y, z \in A^*$ に分解できる：

$$(1) |w| + |y| \geq 1 \quad (2) |wxy| \leq p \quad (3) \text{ 任意の自然数 } i \geq 0 \text{ について } vw^i xy^i z \in L \quad (31)$$

ポンピング補題の性質上、否定命題の対象となる言語にはあまり語が含まれていないことが好ましい．なぜなら言語 L が非常に多くの語を含む (= 大きい) 場合、ポンピング補題の言明で保証されるべき条件 ($xy^i z \in L$ for all $i \geq 0$) が成立しやすくなるためである．実際、原始語の集合はポンピング補題で要求される性質を満たすため、ポンピング補題を用いて予想を示すことはできないのである．ポンピング補題にはさまざま

な拡張があるが、 \mathbb{Q}_A はことごとくそれらの補題をかいくぐるのである (詳しくは文献 (5) の 4 章を参照せよ).

さて、ここで本節冒頭で述べた「 \mathbb{Q}_A は非常に大きい」の意味を説明することにしよう. 言語 L の “大きさ” を測る尺度として「ランダムに選んだ語が L に属する確率」を表す

$$\mu(L) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\#(L \cap A^n)}{\#(A^n)} \quad (32)$$

を用いることはしばしばある ($\mu(L)$ を「言語 L の測度」と呼ぶ). 原始語の集合 \mathbb{Q}_A については性質 (28) が成り立つため、

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{\#(\mathbb{Q}_A \cap A^n)}{\#(A^n)} = 1 \quad (33)$$

であることが簡単に示せるが、実際にはより詳細な解析を行うことで $\mu(\mathbb{Q}_A) = 1$ を示すことができる. そういった意味で \mathbb{Q}_A は「非常に大きい」のである. その他にも、 $(a^n (n \neq 2))$ という形の 1 つの文字の繰り返しを除く) 全ての語は 2 つの原始語の接続に分解できる、つまり

$$\mathbb{Q}_A^2 = A^* \setminus \{a^n \mid n \neq 2, a \in A\} \quad (34)$$

が成り立つということもわかって (文献 (6)) おり、そういった意味でも \mathbb{Q}_A は大きな集合と言える.

ポンピング補題のような否定命題に対する既存の道具では、予想を解決することはこれらの理由で困難だと思われる. 今後の課題として、 \mathbb{Q}_A のような大きな言語においても有用な、否定命題に対する道具を開発する必要があると著者は考えている. 著者はこれまで正則言語における研究を行っており、測度 1 の言語 (= 非常に大きい言語) に対する次の形の否定命題の道具を開発した:

定理 4.1 (文献 (7) を参照せよ). A 上の正則言語 L に対して、次の条件は同値:

1. L は測度 1 ($\mu(L) = 1$)
2. ある語 $w \in A^*$ が存在して $A^*wA^* \subseteq L$

例えばこの定理によって Dyck 言語や回文の集合、さらには「素数の 1 進数表記の集合 $\{a^p \mid p \text{ は素数}\}$ 」(及びこれらの補集合の言語) が正則言語ではないことが簡単に示せる (文献 (8)).

文脈自由言語は正則言語にくらべはるかに難しい構造を持っているため、正則言語の理論や道具を文脈自由言語の世界に輸入することは容易ではないが、先に述べた「大きい言語に対する文脈自由言語の否定命題のための道具」を開発するためには測度 1 の文脈自由言語に対する定理 4.1 の拡張について研究を進めていくことは重要であり、著者の課題である.

参考文献

- (1) Bell, J. (2005): A generalised Skolem-Mahler-Lech theorem for affine varieties, *Journal of the London Mathematical Society*, Volume 73, Issue 2, pp. 367–379.
- (2) Bell, J., Burris, N. S., and Yeats, K. (2012): On the set of zero coefficients of a function satisfying a linear differential equation, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, Volume 153, Issue 2, pp. 235–247.
- (3) Chomsky, N. and Shützenberger, M. (1963): The Algebraic Theory of Context-Free Languages, *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*, Volume 35, pp. 118–161.
- (4) Dömösi, P., Horváth, S., and Ito, M. (1991): On the connection between formal languages and primitive words, *Proc. First Session on Scientific Communication (University of Oradea, Romania)*, pp. 59–67.
- (5) Dömösi, P., Horváth, S., and Ito, M. (2014): Context-Free Languages and Primitive Words, World

Scientific Publishing Company Pte Limited.

- (6) Reis, C. M. and Shyr, H. (1978): Some Properties of Disjunctive Languages on a Free Monoid, *Information and Control*, Volume 37, Issue 3, pp. 334–344.
- (7) 新屋良磨 (2017): オートマトン理論再考, コンピュータソフトウェア, 34 巻, 3 号, pp. 3–35.
- (8) 新屋良磨 (2017): 言語の測度に基づく非正規性の証明技法, コンピュータソフトウェア, 34 巻, 1 号, pp. 119–124.

EDITORIAL COMMITTEE

Motoshi TANAKA (Chairperson)

Electrical and Electronic Engineering Course,

Dept. of Mathematical Science and Electrical-Electronic-Computer Engineering

Taku TAMURA
Life Science Course, Dept. of Life Science

Takahiro KATO
Applied Chemistry Course, Dept. of Materials Science

Akihiro NINO
Materials Science and Engineering Course,
Dept. of Materials Science

Tatsuhiko MISUMI
Mathematical Science Course, Dept. of Mathematical
Science and Electrical-Electronic-Computer Engineering

Tomihiko UTSUMI
Human-Centered Computing Course, Dept. of Mathematical
Science and Electrical-Electronic-Computer Engineering

Wataru SUGIYAMA
Mechanical Engineering Course,
Dept. of Systems Design Engineering

Mamoru TAKAHASHI
Creative Engineering Course,
Dept. of Systems Design Engineering

Satoru HINO
Civil and Environmental Engineering Course,
Dept. of Systems Design Engineering

Mamoru TAKAHASHI
Dept. of Cooperative Major in Life Cycle Design
Engineering

Manabu YAMADA
Research Center of Advanced Materials for Breakthrough
Technology

SCIENTIFIC AND TECHNICAL REPORTS
OF
GRADUATE SCHOOL OF ENGINEERING SCIENCE, AKITA UNIVERSITY
No.39
November 2018

Contents

Original Paper

- Subjective Evaluation Tests on Comfortableness of Living Space by Color Controllable OLED Lighting System
..... Motoshi TANAKA, Katsutoshi SAITO 1

Short Note

- A Pitch Extraction of Percussion Sound by Generalized Harmonic Analysis with Twelve-Tone Equal Temperament
..... Motoshi TANAKA 7

Reviews

- Improving Performances of Three-Stage Clos Switch Networks, Part I - Back Ground and Scope of the Study -
..... Hitoshi OBARA, Koloko LABSON 9
- On Primitive Words and Context-Free Languages
..... Ryoma SHIN'YA 15

平成 30 年 11 月 27 日 印刷
平成 30 年 11 月 30 日 発行

編集兼
発行者 秋田大学大学院理工学研究科
〒010-8502 秋田市手形学園町1番1号
電話 (018)889-2305

印刷 有限会社 三 浦 印 刷
〒010-0925 秋田市旭南三丁目7番5号
電話 (018)862-2792

(非 売 品)

平成30年11月発行

秋田大学大学院理工学研究科

〒010-8502 秋田市手形学園町1-1

<http://www.riko.akita-u.ac.jp/>
